

1 選択式問題における正答率

去る 4 月 24 日、文部科学省は全国学力テストを小学 6 年生と中学 3 年生を対象に実施しました。実施科目は国語、数学（算数）の 2 科目ながら、基礎・基本となる知識を問う A 問題と、応用力を問う B 問題に分かれ、学校の授業時間で 4 時間分となる長丁場のテストです。

昨年の学力テストでは、ここでも中学 3 年生の問題についての記事を書きました。今回は、昨年ほど触発された問題はなかったものの、いくつか気になる問題はあったので、今回の単発記事としてアップしたいと思います。

ところでこのテスト。実は筆記ではなく選択式問題となっています。すべての問題について 4 択か 5 択であり、偶然正解することも可能です。このような形の問題で果たして知識度や理解度を計ることはできるのか。そもそも単純に「正確な正答率」を調べることはできるのか。その辺りを探ってみたいと思います。

2 「本当の正答率」と「検査上の正答率」

例えば、とある 4 択問題を考えます。この問題は、だいたい半数の者が自信を持って正答できる問題であると仮定します。

2,000 人がこの問題を解いたとすると、そのうちの 1,000 人が自信を持って正解します。残りの 1,000 人は必ず不正解になるかということそうではありません。残りの 1,000 人のうち、4 択問題ですからその $\frac{1}{4}$ の者は「偶然の正解」となります。つまり、自信を持って正解できなかった 1,000 人のうちの 250 人は「偶然の正解」となりますから、この問題の不正解は 2,000 人中 750 だけ、ということになります。都合、この「だいたい半数の者が自信を持って正答できる問題」の正答率は、2,000 人中 1,250 人ですから 62.5% となるわけです。

このように考えると、どうやら「本当の正答率」と「検査上の正答率」には

数式上の関係が成り立ちそうです。

実際に、すべて文字で考えてみましょう。

n 択問題があるとします。この問題の「本当の正答率」は $x\%$ 、問題を解いた人数は A 人とします。先程と同様の手順で「検査上の正答率」計算してみましょう。

自信を持って正答する人数は

$$\frac{A \times x}{100} \text{ (人)}$$

自信を持って正答できない人数は

$$A - \frac{A \times x}{100} = A \left(1 - \frac{x}{100}\right) \text{ (人)}$$

そのうち、偶然正答する人数は

$$\frac{A}{n} \left(1 - \frac{x}{100}\right) \text{ (人)}$$

検査上正答する人数は

$$\frac{A \times x}{100} + \frac{A}{n} \left(1 - \frac{x}{100}\right) = \frac{A}{n} \left(1 + \frac{(n-1)x}{100}\right) \text{ (人)}$$

検査上の正答率は

$$\frac{A}{n} \left(1 + \frac{(n-1)x}{100}\right) \div A \times 100 = \frac{100 + (n-1)x}{n} (\%)$$

無事求めることができました。数式を追うことはできましたか？ 結果的に、受検人数 A は無関係であることがわかりました。

例えば先程の例では $n = 4, x = 50$ ですから

$$\frac{100 + (4-1) \times 50}{4} = 62.5 (\%)$$

と無事求めることができました。

しかし、実際には「検査上の正答率」を元に「実際の正答率」を導き出す方が有用でしょうね。この場合、「検査上の正答率」(今求めた最後の数式)を y (%) とおき、 x を y を用いて表せば良いでしょう。

$$y = \frac{100 + (n - 1) \times x}{n}$$

$$ny = 100 + (n - 1)x$$

$$\therefore x = \frac{ny - 100}{n - 1} (\%)$$

例えば、5 択問題の検査を行ったところ（検査上の）正答率が 80% だった場合、今求めた数式に $n = 5, y = 80$ を代入することにより

$$x = \frac{5 \times 80 - 100}{5 - 1} = 75 (\%)$$

と求めることができます。

3 アンケートでの利用

ところで、この「偶然の正解」を利用した「あまり答えたくない公開アンケート」を行う方法があります。例えば、高校生辺りにこのようなアンケートを教室内で挙手制で行うとどうでしょうか。

あなたは現在どのような異性関係を持っていますか？

- (1) 1 人だけお付き合いしている異性がいる
- (2) 複数のお付き合いしている異性がいる
- (3) 実はお付き合いしている同性がいる
- (4) お付き合いしている相手はいない

多分、正直答える者もいるでしょうが、恥ずかしがって嘘を答えたり敢えて (4) と答えたりするものが多そうですね。

例えば、全員にさいころ（もちろん 6 面のもの）を投げてもらいます。もちろん誰からも見えない……例えば机の中などで。そしてその目を見て、「1~4 の目が出たら、アンケートは無視してその目の番号のときに挙手をする」「5, 6 の目が出たら、正直に該当する番号のときに挙手をする」としておくのです。そうすると、例えば (2) に手を挙げたとしても、「いやいや、俺はさいころで 2

が出ちゃったんだから仕方がないだろう！」と言えるわけで、全員正直にアンケートに答えることができるようになるのです。

ここで、先程のように計算すれば「実際の回答率」と「検査上の回答率」との関係式を導き出すことができます。たまにはその結果となる数式を示さずに終わっておきましょう。これは、皆さんへの課題としておきます。