「平均」いろいろ

2012. 4.22
Written by ***ma–.*** (caLabo.)

1 はじめに

人の得意, 不得意というのは端から見るとわからないことをあるもので, どんな数字にも強いと思われがちなそろばんの名手が平均の概念に違和感を覚えることもあるようです。昨年そろばん日本一に輝いた某選手も, 某そろばんの月刊誌にこのようなことを書いていました。

> 「行きは時速 60 キロ, 帰りは時速 20 キロで車を運転しました。さて, 平均時速は何キロでしょう？」
>
> 40 キロに決まっているだろと思ったあなた, 違うんですね～。
>
> 例えば道程が 60 キロだったおします。そうすると, 行きは 1 時間で着きます。帰りは $60 \div 20$ で 3 時間かかります。合計すると, 120 キロの道のりを 4 時間で走ったことになるので, 平均時速は 30 キロになるんです。私はいまだにこれが不思議で仕方ありません……

最後の一文です。これだけ完璧に説明をしておきながら「不思議」だと感じていらっしゃる。「これが数字のマジックか！」と思わざるを得ません。

みなさんの中にも, 算数や数学の授業, 或いはテストなどで, 同じような感覚に陥ったことがある方はきっと多いのでしょうね。

そういうわけで, 今回はこの「平均」に注目してみたいと思います。

2 相加平均

そもそも一言で「平均」と言っても, 日常的に行っているだろう「身長の平均」のように求めるものだけが平均ではありません。小学校レベルではこの, 専門的には「相加平均」と呼ばれる平均しか学びませんから, 相加平均しか知らない期間が長すぎてそういった感覚がすり込まれてしまうことにより, 他の平均に違和感を感じることになるのかも知れません。

確認しておきましょう。相加平均は

(資料の和) ÷ (資料の数)

で求めることができます。資料の数を n, 1 つ 1 つの資料を $a_1,\ a_2,\ \cdots\cdots$ とするとき, 言葉で書かれたこの式を数式で改めて書き直すと

$$\frac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n}{n}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}a_k$$

となります。

しかし, 先程の車の例でもそうですが, 実際に「平均」という言葉を使って表されるものすべてにこの式を適用してうまくいくとは限りません。
他の例としては, 例えば

「太郎君は 3 年前 1 万円持っていました。最初の 1 年でこれを 3 倍に増やし, 次の 1 年でそこからさらに 9 倍に増やし, 最後の 1 年でそこからさらに 8 倍に増やすことができました。太郎君は 1 年毎に平均何倍お金を増やしたことになるでしょう」

のような問題です。先程の相加平均の式に代入すると

$$\frac{3+9+8}{3}=6.666\cdots$$

となりますが, 実際に計算してみると

1 万円 $\times 3 \times 9 \times 8 = 216$ 万円

であり, 平均するとちょうど 6 倍ずつ増えたことがわかり（216 は $6\times6\times6$ です！）, 相加平均で求めた倍率とは異なっています。

中学校の理科で学ぶであろう電気抵抗なんかもそうです。1 つの回路に例えば 10 Ω と 15 Ω の抵抗を並列に噛ませると, 回路の抵抗は 6 Ω となります。1 つあたり平均の抵抗は 12 Ω という勘定になり（並列なので抵抗が増えれば増えるほど全体の抵抗は減る！）, これまた相加平均の公式から求められる 12.5 Ω からはズレています。

「平均」とはちょっと異なるかも知れませんが, 音の周波数なんかもそうです。

時報の低音はハ長調の「ラ」の音で, その周波数は 440 Hz と決まっています。楽器のチューニングもこの音を基準にして行います (現在のオーケストラなどでは 442 Hz に合わせることが多いようですが)。そこから 1 オクターブ下の「ラ」の音の周波数は 220 Hz であり, 1 オクターブ上の「ラ」の音は 880 Hz。じゃぁその中間が元の「ラ」の音になるだろうと相加平均の式で「中間」を計算してみると 550 Hz となり, 元の 440 Hz にはなりません。

幾つか例を出してみましたが, どうやら小学校で学んだ「相加平均」が「平均」のすべてではない, ということだけはわかっていただけたでしょうか。

次からは, 「相加平均」以外の平均を具体的に紹介してみたいと思います。

3　相乗平均

さて, 通常小学校で学ぶ平均ではどうも都合が悪い平均について, いよいよ解決させるための新たな「平均」を紹介します。

ここで紹介するのは「相乗平均」です。実は高校数学 A で学びますが, 残念ながらその「意味」までは学ばず, 単に「相加平均と相乗平均」の大小関係のみ学ぶようです。

復習すると, 相加平均は

(資料の和) ÷ (資料の数)

で求めることができました。これに対して, 相乗平均は

(資料の積) の (資料の数) 乗根

で求めることができる平均です。数式で書き直すと, 相加平均は

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} a_k$$

だったのに対し, 相乗平均は

$$\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \cdots \cdot a_n} = \sqrt[n]{\prod_{k=1}^{n} a_k}$$

となります。つまり,「足し算としての平均」が「かけ算としての平均」となったわけです。

具体的な問題で確認しましょう。例えば, 前回出てきた問題を再掲します。

「太郎君は 3 年前 1 万円持っていました。最初の 1 年でこれを 3 倍に増やし, 次の 1 年でそこからさらに 9 倍に増やし, 最後の 1 年でそこからさらに 8 倍に増やすことができました。太郎君は 1 年毎に平均何倍お金を増やしたことになるでしょう」

この問題は, 明らかに「1 年で 3『倍』」とあるように, 3 という数値が「かけ算の量」を表しています。つまり, 3 年の倍率の平均は「3 倍」と「9 倍」と「8 倍」の「かけ算としての平均」を求めることになるので

$$\sqrt[3]{3 \times 9 \times 8} = 6$$

つまり平均 6 倍と求められることになります。実際に,「3 倍」「9 倍」「8 倍」とそのまま計算した計算結果と, ずーっと 6 倍だったと仮定して求めた計算結果を比べてみると

$$1\text{ 万円} \times 3 \times 9 \times 8 = 216\text{ 万円}$$

$$1\text{ 万円} \times 6 \times 6 \times 6 = 216\text{ 万円}$$

と, ちゃんと一致します。

もう 1 問, オクターブの問題がありました。これも, 前回書いたことの中で重要な部分を再掲すると

時報の低音はハ長調の「ラ」の音で, その周波数は 440 Hz と決まっています。楽器のチューニングもこの音を基準にして行います（現在のオーケストラなどでは 442 Hz に合わせることが多いようですが)。**そこから 1 オクターブ下の「ラ」の音の周波数は 220 Hz であり, 1 オクターブ上の「ラ」の音は 880 Hz**。……

220 Hz は 440 Hz の半分（つまり $\dfrac{1}{2}$ 倍）であり, 880 Hz は 440 Hz の 2 倍。つまり, どうやら音階の周波数は「倍率」になっているようだ, ということなのです。この事に気付くと, 220 Hz と 880 Hz の中間の音（つまり時報の低い方の音）の周波数は「相乗平均」で求めれば良いことに気付くので, 実際に計算してみると

$$\sqrt{220 \times 880} = \sqrt{\left(440 \times \frac{1}{\cancel{2}}\right) \times (440 \times \cancel{2})} = 440$$

と, ちゃんと 440 Hz と一致することがわかります。

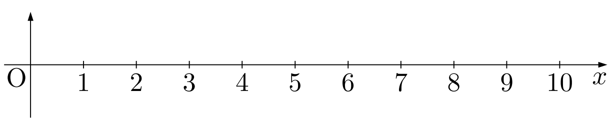
間違えやすい問題として「5% 増しの 5% 引きは？」のような問題も有名ですね。今現在, 日本の消費税は 5% ですから, 税込み価格から 5% 引きすると税抜き価格になるだろうという勘違いです。この勘違いも, 「5% 増し」を「+5%」, 「5% 引き」を「−5%」と「足し算引き算」のような感覚で平均を取るから「差し引きゼロ」のように感じるわけで, 実際には「5% 増し」は「1.05『倍』」という「かけ算」を行うことになるため「相乗平均」をとらなければならないのです。

実際に計算してみると

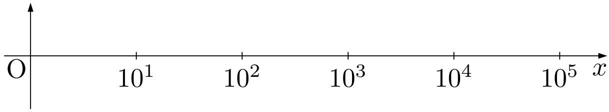
$$1.05 \times 0.95 = 0.9975$$

というように, 合計倍率（とでも言うのでしょうかね）は「0.25% 引き」という結果となります。平均倍率はこの数値の平方根を取った値, ということになります。

最後に, 相乗平均をグラフで表す方法として有名なのが **対数グラフ** というものです。通常のグラフの座標軸は



という形であり, 2 数の相加平均はこのグラフの中点となります。これに対して対数グラフの座標軸は



という形をしており, 恒星間の距離をグラフにとるときなど, 巨大な数値が出てくる場面でよく利用されます（通常の座標軸だと近い恒星はすべて原点付近に固まってしまって見えなくなる！）。

この対数グラフの座標軸を用いると, 2 数の相乗平均はこのグラフの中点となるのです。

日常生活の中では, 地震を発生させるエネルギーの強さを表すマグニチュード（M）がこれに該当します。マグニチュードは, その数値が 2 増えるとエネルギーがちょうど 1,000 倍となるように数値が決められており, つまり相乗平均的な考え方となっています。マグニチュードが 1 違うと, ルート 1,000, つまりおよそ 32 倍となるわけです。

ここでは便宜上, M0 のエネルギーを 1 とします。すると M1 のエネルギーは 32, M2 のエネルギーは 32^2, M3 のエネルギーは 32^3, ……となります。M2 と M3 のエネルギーの平均は, 相加平均で求めると

$$\frac{32^2+32^3}{2}=16,896\,?$$

とよくわからない数値になるのに対し, 相乗平均で求めると

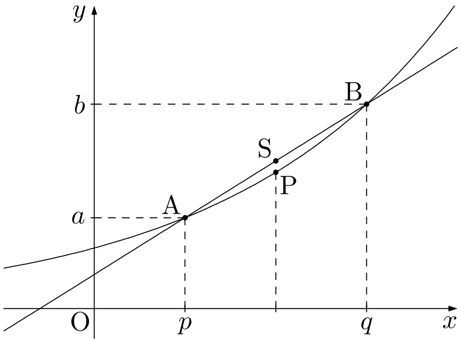
$$\sqrt{32^2\times 32^3}=\sqrt{32^5}=32^{2.5}$$

となり, M2 と M3 の中間の M2.5 が, 指数として登場するのです。

つまり, 相乗平均とは, 数値の「指数の相加平均」と言い換えることもできます。表現がややこしいですが, おわかりになりますでしょうか？

最後に, 相乗平均といえば避けて通れないのが, 先に少しだけ触れた「相加平均と相乗平均の関係」です。もちろん, 高校の数学 A の教科書に触れられていますからその名前だけでも知っているという方は多いでしょう。しかし, どうしてそのようになるのかを感覚的に理解している方は少ないかと思います。

ここでは, 直接視覚的に判るよう, グラフで説明したいと思います（詳しい証明はしません）。



このグラフを見てピンと来ましたか？　どうでしょうか？

いま, 2 数 a と b の平均を求めようと思います。このとき, 点 S に相当する y 座標が相加平均で, 点 P に相当する y 座標が相乗平均となります。なぜなら, 相乗平均は「指数の相加平均」でしたから, それぞれの x 座標 p と q を指数とする指数関数のグラフで考えれば良いからです（実際, 点 P は指数関数のグラフに乗せてあります)。

2 数 a と b がどこにあっても, すなわち 2 点 A と B がどこにあっても, 点 P が点 S より上になることはなく, つまり相加平均は常に相乗平均よりも大きいことがわかります。つまり, 指数関数のグラフは常に「へこんでいる」のです！

例外は, 2 数 a と b が同じ場合で, この場合もちろん y 座標も同じになりますから, 相加平均も相乗平均も同じ値となります。逆に 2 数 a と b が同じ場合を除くと, 相加平均と相乗平均が同じ値になることはありません。

4　調和平均

小学校で学ぶ「相加平均」ではどうも都合が悪い平均。いま, 「相乗平均」を紹介しました。それでもまだ, 冒頭で紹介した問題をすべて解決できたわけではありません。

今回紹介するのは「調和平均」です。高校数学では特段学ぶことはありませんが, その「考え方」は密かに何度も登場しているものです。

再度復習すると, 相加平均は

(資料の和) ÷ (資料の数)

で求めることができました。これに対して, 調和平均は

「(資料の逆数の和) ÷ (資料の数)」の逆数

で求めることができる平均です。数式で書き直すと, 相加平均は

$$(\text{相加平均}) = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} a_k$$

でしたが, 調和平均は

$$\frac{1}{(\text{ 調和平均 })} = \frac{\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} + \dfrac{1}{a_3} + \cdots + \dfrac{1}{a_n}}{n} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}$$

$$(\text{調和平均}) = \frac{n}{\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}}$$

となります。数式を 2 本用意してみましたが, 調和平均の性質上「逆数和の逆数」となっているため上の式の方がわかりやすいと思われるためです。下の式はそれを直接書き表してみました。

具体的な問題で確認しましょう。例えば, 某珠算日本一の独り言 (？) を再掲します。

> 「行きは時速 60 キロ, 帰りは時速 20 キロで車を運転しました。さて, 平均時速は何キロでしょう？」

これぞまさしく調和平均を用いて求める平均の問題です。公式通り求めてみると

$$\frac{\dfrac{1}{60} + \dfrac{1}{20}}{2} = \frac{1}{30}$$

ですから, 平均はその更に逆数である「時速 30 km」となるわけです。

ところで, どうしてこの問題は「相加平均」ではなく「調和平均」を使うことになるのでしょうか。それは「単位辺りの量」に着目するとわかります。学

校ではここまで細かく「データ」について扱うことはないでしょうが, 実は日常的に出てくる数値を扱う上で非常に重要な事柄であり, このことがちゃんと学校で扱われないからこそ調和平均の考え方が理解しづらいのではないかと思います。

今回求めた速さの平均ですが, 実は相加平均で求められることもあります。つまり「速さ」だったら「調和」だ, などと短絡的に覚えるような性質のものではない, ということです。こういったことも, 最近の学校教育が疎かにしてきていることがらだと思います（いわゆる「パターン化」しすぎていると思います)。

例えば, 時速 60 km で走った時間と時速 20 km で走った時間が同じであれば, 逆に調和平均を使うと間違えです。この場合は相加平均を用いて「平均時速 40 km」が正解となります。

先程の問題とどこが異なるかというと, 走った時間が異なるのです。

そもそも「時速」（km/時）という単位は「1 時間当たり」の距離を表します。つまり, すべての量の「掛かった時間」が同じであれば, 別に「km/時」などという単位ではなく単に「km」でも話が通じるわけです。すなわち, 20 km と 60 km を比べれば後者が 3 倍速い, とわかるわけです。

ところが掛かった時間が異なるとそうもいきません。20 km と 60 km を比べても, 前者が 1 時間で進む距離で, 後者が 1 日かけて進む距離であれば, 当然前者の方が速いですよね。つまり, 20 と 60 という数値だけでその速さを判断することができなくなるわけです。

話を戻します。掛かった時間が同じであれば, 「1 時間当たり」の部分が不要となり, 速さも単純な「距離」と同じ量として扱うことが可能となります。ですから, それらの平均を求める際には小学校で学んだ「相加平均」で良いわけです。

ところが「同じ道を行きは時速 60 km, 帰りは時速 20 km」となると話は別です。何故なら行きの方が帰りよりもスピードが速いのですから, 帰りは行きの 3 倍もの時間が掛かるのです。よって, 行きに掛かった時間を 1 とすると帰りに掛かった時間は 3 であり, もしこれを相加平均のように考えるのであれば 60 と 20 の平均をとるのではなく, 掛かった時間を考慮して「60, 20, 20, 20」

の平均を求めるべきなのです。実際, この 4 数の相加平均は, 60 と 20 の調和平均である 30 に一致します（実際に計算してみてくださいね)。

さて, 調和平均を用いる場面というのはかなり限られます。基本的には「単位当たり量」の平均を求める際に用いることになるのですが, 前述のとおりその全てが調和平均というわけではありません。その条件も含めて, 少々わかりづらいと思いつつも言葉で表現すると, 調和平均を用いる場面は

> 一定量を何らかの意味のある数値で割ることによって求めらた単位当たり量の平均を求める場合

に限られます。すなわち今回の問題であれば,

> 「走行距離」と一定量があり, それを「走行時間」（意味のある数値）で割った「1 時間当たりの走行距離」（単位当たり量）の平均を求める場合

ですから, 調和平均で求められるわけです。

このことがわかれば, 少々強引ですが次のような問題も調和平均で求めることになることが理解できるかと思います。

> A さんと B 君はともに千円持っていて, ぴったり使い切るように買い物をします。A さんは 20 円のチョコを買い, B 君は 100 円のクッキーを買いました。2 人が買ったものの 1 個当たりの平均額はいくらになるでしょう。

25 円と 100 円の中間である 62.5 円とはなりません。多分小学生に解かせると引っ掛かるでしょうね。

正解は,「千円」という一定量が基本となっている「1 個当たりの値段」という単位当たり量の平均ですから, 調和平均を用いて求めることになり, 正解は 40 円です。

実際に具体的に考えてみると

25 円のチョコは 40 個買った。
100 円のクッキーは 10 個買った。
つまり 2,000 円で 50 個のモノを買ったことになる。

ので, 40 円という正解も頷けることでしょう。

冒頭では次のような問題も紹介しました。

1 つの回路に例えば 10 Ω と 15 Ω の抵抗を並列に噛ませると, 回路の抵抗は 6 Ω となります。

これも調和平均で求める有名な問題であり, 10 と 15 の調和平均を求めてみると 12。あれ, 6 にならないじゃないかとお思いかも知れませんがあくまでも 2 つの抵抗の「平均」が 12 Ω と求められたのであり, だから回路全体の抵抗は抵抗の個数で割った 6 Ω となるのです。

思い出してみると, 抵抗と電流を掛けると電圧となるのでした。つまり, この場合の一定量は「電圧」であり, それを意味のある数値（電流）で割った単位当たり量である抵抗（Ω は V/A（ボルト・パー・アンペア）です）の平均を求めているわけですから, 確かに調和平均がふさわしいようです。

中学校時代に, この並列回路の抵抗値の求め方を「『和』分の『積』」なんていう「魔法の公式」で学んだ方もいらっしゃるかもしれませんね。この魔法の公式も, 2 つの抵抗値を a, b としたときの調和平均

$$\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{2}\text{の逆数} \quad = \quad \frac{a+b}{2ab}\text{の逆数} \quad = \quad 2 \times \frac{ab}{a+b} \begin{array}{l} \leftarrow \text{積} \\ \leftarrow \text{和} \end{array}$$

から理解できるかと思います。2 倍されている理由は先程と同じ, 抵抗は 2 つありますからね。抵抗が並列にならべば並べるほど「電流の通り道が増える」ために抵抗がへるため, 最初からそれを見越して 2 で割った（つまり「2 倍」を取り払った）「『和』分の『積』」が例の「魔法の公式」なのです。

さて, これで皆さんが知ることになった「平均」は 3 つとなりました。ちゃんとそれらの使い分けも含めて理解できたでしょうか。

次は, またちょっと異なる考え方の「平均」を紹介します。

5　加重平均

最後に, ちょっと変わった平均を紹介しましょう。たった今「変わった」と述べましたが, これがまた非常に重要な意味を持つ平均で, ある意味日常的に当たり前に登場しながらなかなか気付かない平均なのです。

例えば, この世に身長が「160 cm」と「170 cm」と「180 cm」の人間しか存在しないものとしましょう。この場合, すべての人間の身長の平均はどれほどか, といった問題です。

もちろん, 160 と 170 と 180 を加えて 3 で割るなどという単純なものでないことはすぐに気付きますよね？

しかし, 学校現場などで唐突にこのような問題を出されると, 反射的に「170 cm ！」と答えてしまう方も多いのです。

さらに具体的な問題にしてみましょう。

> 身長 160 cm の人が 11 人, 170 cm の人が 6 人, 180 cm の人が 3 人います。この全員の身長の平均はどのくらいでしょう。

単純に「相加平均」で考えて計算するには, 次のような計算式になることはすぐにわかりますよね。

$$\frac{(160+\cdots+160)+(170+\cdots+170)+(180+180+180)}{20}=166\ (\mathrm{cm})$$

もちろん, 最後のカッコの中の「160」は 11 個, 「170」は 6 個並んでいるわけです。

ちょっとだけ要領よく計算してみると, 次のようになります。

$$\frac{160 \times \mathbf{11} + 170 \times \mathbf{6} + 180 \times \mathbf{3}}{\mathbf{11} + \mathbf{6} + \mathbf{3}} = 166\ (\mathrm{cm})$$

人数の部分を多少太い数字にしてみました。ここまでは理解できますよね。

さて, では次はどうでしょう。今の分数式を見て, もう少し計算を楽にできる可能性があるのですが, お気づきですか？

そう, 分数は「分母があるから」存在します。つまり, 分数を分数でない状態にするには, 分母をなくせば良いのです。そしてその分母をなくす方法, それは「分母を 1 にすること」に他なりません。

分母を 1 にするということは, 合計人数を 1 にする, ということです。1 というのは, 百分率で表すと「100%」。そう, すべての人数を「割合」で表すことにより分数を消すことができるのです。

今, 全体が 20 人なので, 11 人は 55%, 6 人は 30%, 3 人は 15% ですから, この「割合」を用いて再度平均を求める式を書いてみると, 次のようになるでしょう。

$$160 \times \mathbf{55\%} + 170 \times \mathbf{30\%} + 180 \times \mathbf{15\%} \quad = 166\ (\mathrm{cm})$$

今回は合計が 20 人なのでその御利益は判りづらいでしょうが, 例えば日本人すべてなんて途方もない人数で考える場合, 有効桁数の関係もあり最初からそれぞれの人数をこのような「割合」で表しておいた方が断然計算が楽になるのです。

このように, 割合……これを「重み」と表現することもあるのですが, これを加味しながら求める平均を「加重平均」と呼びます。今回の例で示した問題のように, 単純な相加平均の中にも加重平均の考えを用いるともっと考え方がスッキリする場合があるのです。

前回出した問題も, この考え方で再度考察してみることにしましょう。

> 行きは時速 60 キロ, 帰りは時速 20 キロで車を運転しました。さて, 平均時速は何キロでしょう？

これも, 60 と 20 の相加平均である「40 km/h」では誤りであることはもう理解できてますよね？　その理由が, 時速 60 km で走る時間と時速 20 km で走る時間が異なるからでした。

今の「加重平均」の考え方を用いると, 前回の「調和平均」とは異なる計算方法に気付くわけですが, 皆さんはお気づきになられますでしょうか。

そう, かかるそれぞれの時間を「割合」で表せば良いのです。

時速 60 km と時速 20 km を比べると, 前者は 3 倍の速度です。よって, 同じ道のりを前者は後者の $\dfrac{1}{3}$ で走ることができるわけです。つまりそれぞれの速度で走る速度を「割合」で表すと「1 : 3」, 百分率で表すと「25% : 75%」です。

つまり, この「加重平均」の考え方で速度の平均を求めてみると, 次のようになります。

$$60 \times \mathbf{25\%} + 20 \times \mathbf{75\%} \quad = 30\ (\mathrm{km/h})$$

ほうら, 無事に正解の「時速 30 km」を導き出すことに成功したようです。

このように, 加重平均は使い方さえマスターすれば平均値を求めるかなり強い武器になるのです。

最後に, 加重平均を求める公式を掲載して終わることにしましょう。データはこれまで通り $a_1,\ a_2,\ \cdots$ とし, それぞれの「重み」を $m_1,\ m_2,\ \cdots$ とすると

$$\begin{aligned}(\text{加重平均}) &= \frac{a_1m_1 + a_2m_2 + a_3m_3 + \cdots + a_nm_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n} \\ &= \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} a_km_k}{\sum\limits_{k=1}^{n} m_k} \quad = \sum_{k=1}^{n}\left(a_k \cdot \frac{m_k}{\sum\limits_{l=1}^{n} m_l}\right)\end{aligned}$$

となります。下段の式が公式となりますが, 左側が割合が「3 : 1」のような「比」しかわからない場合, 右側が割合が「百分率」でわかっている場合の式になります。赤色の分数の部分が「百分率」を表しています。

6　平均を信頼して良いのか？

さて, これまで様々な「平均」について述べてきました。小学校で学び「相加平均」しか考えたことがなかった方は, 新しい平均の使い方, 使いどころなど, おわかりいただけたでしょうか。

最後は, 気持ちを小学生に戻して相加平均。「平均」と聞くと「まんなからへん」とか, その集団の代表となる数字というようなイメージを持つと思います。確かに「代表値」と呼ばれる一つではあるのですが, それを過信しすぎると危険であることもあるのです。

例えば, もの凄く難しい数学のテストがあり, クラス 40 人が受けたものとします。難しすぎる余り, 39 人が 10 点だったのですが, とても優秀な 1 人だけが何と満点でした。

このとき平均点を計算してみると, 12.5 点となります（是非ともご自分で計算してみてください）。つまり, 39 人が平均点以下で, 平均点を超えた者は満点を取ったただ 1 人だけ, ということになるのです。

まぁ確かに例が極端すぎるかも知れません。しかし, 少なくとも「平均点が集団の中間辺りとは限らない」ということはおおよそわかっていただけたかと思います。

もっと極端な例もあります。

皆さんは, 今の日本人労働者の年収（年間所得）の平均が 1,000 万円を超えていると聞くと, 本当のように聞こえるでしょうか。

これが何と, ウソ偽りない本当の話なのですが, 信じられますか？

そう, 先程のテストの例と同様, 日本国民の大半は年収 1,000 万円以下であるのに対し, 億単位以上で稼ぐごく少数の方々が平均値を押し上げているのです。

この例からも, 平均値を余り過信すると危ないこともあるんだな, と実感していただけたかと思います。逆にこのことを逆手に取った詐欺なんかも存在しますから要注意です。

フィギュアスケートの演技点や, スキーのジャンプ競技の飛型点などよう

に, コンピュータなどが絶対的な数値で計測するわけではない「人間の目」で計る数値は, いくらプロの目だと入っても曖昧です。例えば採点者がたったの 5 人だったとしても, その 5 人ですら全員の採点結果の数値が一致することは珍しいでしょう。こういった場合は, 採点結果の「平均値」をその選手の得点とします。これは誰が聞いても疑問には思わないことでしょう。

しかし, やはりこの方法にも「平均」に潜む「危険」が眠っているのです。これまでの例のように, 極端な採点をした採点員が 1 人でもいると, 平均が公平ではなくなる……つまり大多数（4 人）の方に近い平均値ではなく, その極端な 1 人の採点値の方に偏った平均値になってしまうのです。

例えばオリンピックなど国の名誉がかかった大会などでは, このことを「悪用」して自国の選手に有利な採点結果を付けてしまう事態も考えられます。

そこで, このような競技の場合, 採点者のうち最高点を付けた 1 人分と最低点を付けた 1 人分を除いた数値の平均値を取ることによって, 今述べたような「不平等性」を少しでも減らすように工夫しています。

どうでしょう。「平均」というものの有用性と, 危険性と, その両面を理解していただけだでしょうか。

とにかく「数字はウソをつかない」……それは確かなのですが, その数字を見た人の意識次第では, その意味を取り違えてしまうこともあることは確かです。