2013 年全国学力テスト問題より

2013. 8.12
Written by ***ma–.*** (caLabo.)

1 はじめに

去る 4 月 24 日, 文部科学省の全国学力テストが小学 6 年生と中学 3 年生を対象に実施されました。

算数・数学は, 例年通り A 問題が「基礎・基本」の内容, B 問題が「応用力」を問う問題となっています。

今回出題された B 問題の中から, 小 6, 中 3 それぞれについて注目したい問題を取り上げてみたいと思います。

2 小学 6 年生の問題

紹介するのは, $\boxed{2}$ です。

ゆきこさんは, ふりこの実験を 3 つします。

実験では, ふれはばは変えないで, ふりこの長さとおもりの重さを変えたときに, 振り子が 1 往復する時間がどのようになるかを調べます。[注1]

(1) **実験 1** では, ふりこの長さを 50 cm, おもりの重さを 40 g として, ふりこが 10 往復する時間を 6 回測定し, 下の表にまとめました。

実験 1 の結果

実験回数（回目）	1	2	3	4	5	6
10 往復する時間（秒）	14	15	14	13	15	16

ゆきこさんは, 上の表をもとに, 次の 2 つの式で 1 往復する時間の平均を求めました。

ゆきこさんの求め方

① $(14 + 15 + 14 + 13 + 15 + 16) \div 6 = \underline{\mathbf{14.5}}$(秒)

② $14.5 \div 10 = 1.45$ (秒) $\cdots\cdots$ 1 往復する時間の平均

① の **<u>14.5</u>**（秒）は, 何を求めていますか。答えを書きましょう。

(2) **実験 2** では, おもりの重さだけを 80 g に変えて, ふりこが 10 往復する時間を 6 回測定し, 下の表にまとめました。

すると, 2 回目は正しく測定できていないことがわかりました。

実験 2 の結果

実験回数（回目）	1	~~2~~	3	4	5	6
10 往復する時間（秒）	14	~~7~~	15	14	14	15

ゆきこさんは, 2 回目の結果をのぞいて, 5 回分の結果を使って 1 往復する時間の平均を求めます。次の **1** から **4** までの中の, どの式で求めることができますか。1 つ選んで, その番号を書きましょう。

1 $(14+15+14+14+15)\div 5\div 10$

2 $(14+7+15+14+14+15)\div 5\div 10$

3 $(14+15+14+14+15)\div 6\div 10$

4 $(14+7+15+14+14+15)\div 6\div 10$

(3) **実験 3** では, おもりの重さを 40 g にもどし, ふりこの長さを変えて 10 往復する時間を調べ, 下の表にまとめました。

実験 3 の結果

ふりこの長さ（cm）	25	50	75	100
10 往復する時間（秒）	10	14	17	20

この結果から, 次のことがわかります。

ふりこの長さを 2 倍に変えたとき, 10 往復する時間は 2 倍になっていない ので, ふりこの長さと 10 往復する時間は比例していません。

「ふりこの長さを 2 倍に変えたとき, 10 往復する時間は 2 倍になっていない」ことを, 上の表の中の数と言葉を使って書きましょう。

最近のこういった調査関係の問題では, 図形の問題がやたらと凝っている

注1 ふりこの図は省略します。

印象があり, 実は今回も図形の等分を扱った $\boxed{3}$（今回は紹介しませんが）もかなりの良問だと思います。しかし, 今回の私のベストヒットはこの $\boxed{2}$ でした。

まず, 「平均」の考え方を理解していないと答えられない問題であること。(1) で出てくる「ゆきこさんの求め方」の式中, ① で既にわり算の式になっており, つまり既に「平均」になっているわけで, 次の式の平均との違いを理解しなくてはならないわけです。これは, 全体量との関わりを考えなければならないという意味では最近の中高生が不得意な「割合」にも関連するものと思います。

また (2) では, 適さない数値を含んだデータを元に平均を求めようという問題で, およそ学校では扱わないだろう問題。しかしこれは, 例えばスキージャンプの得点など「データの最上位, 最下位を落として平均を取る」という手法にも繋がる重要な考え方です。データがあればいつでもすべてのデータを等しく扱うのが良いというわけではない, という教訓になっています。

最後の (3) も, 言葉で説明させるだけでも良問なのですが, **実験 3** の関数の値が等差数列にキレイに並んでいることも嫌らしく（褒め言葉ですよ！）, しっかり理解していなければ引っ掛かる問題でしょう。

以上, 様々なアプローチから, 様々な知識を組み合わせ, 言語能力をも駆使して考えさせるこの問題。確かにこういった問題を考えられるような思考力を身に付けた小学生が多くなると良いな, と思える問題でした。

今回紹介する問題以外では, 実は最後の $\boxed{5}$ もなかなかの良問でした。しかし, 問題にあるグラフを作成する（この文章を作成するのに）のが面倒すぎるので紹介するのは諦めます。グラフから様々なことを読み取り, $\boxed{2}$ よろしく最後には理由を言葉で答えさせるような構成になっています。

なお, 学力調査問題等については このサイト[注2]から見ることができますので, 直接ご覧になるとよろしいかと思います。

[注2] クリックすると, ブラウザを起動して該当のサイトを開きます。

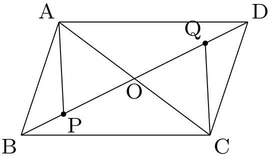
3　中学3年生の問題

紹介するのは, $\boxed{4}$ です。

悠斗さんは, 次の **問題** を考えています。

問題

右の図のように, 平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし, 線分 OB, OD 上に BP = DQ となる点 P, Q をそれぞれとります。



このとき, AP = CQ となることを証明しなさい。

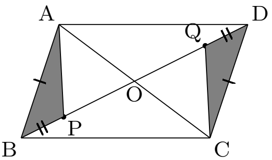
次の (1), (2) の各問いに答えなさい。

(1) 悠斗さんは, 次のような **証明の方針 1** を考えました。この **証明の方針 1** にもとづいて, AP = CQ となることを証明することができます。

証明の方針 1

［1］AP = CO を証明するためには, △ABP ≡ △CDQ を示せばよい。

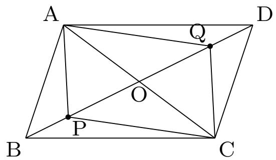
［2］△ABP と △CDQ の辺や角について, 等しいことがわかるものを探せばよい。まず, 平行四辺形 ABCD の性質から, AB = CD がわかるし, 仮定から, BP = DQ もわかっている。



［3］［2］を使うと, △ABP ≡ △CDQ が示せそうだ。

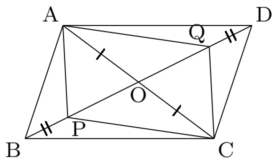
この **証明の方針 1** にもとづいて, AP = CQ となることを証明しなさい。

(2) AP = CQ であることは, 右の図のように, 線分 AQ, 線分 CP をひき, 次のような **証明の方針 2** を考えて証明することもできます。



証明の方針 2

［1］AP = CQ を証明するためには, 四角形 APCQ が平行四辺形であることを示せばよい。



［2］四角形 APCQ について, 平行四辺形 ABCD の性質から, OA = OC がわかる。

［3］［2］と仮定の BP = CQ を使うと, 四角形 APCQ が平行四辺形であることは, $\boxed{}$ ことから示せそうだ。

証明の方針 2 の $\boxed{}$ に当てはまることがらが, 下の **ア** から **エ** までの中にあります。正しいものを 1 つ選びなさい。

ア　対角線がそれぞれの中点で交わる

イ　対角線が垂直に交わる

ウ　対角線の長さが等しい

エ　対角線が垂直に交わり, その長さが等しい

前章で紹介した小学 6 年生の問題もそうですが, 言葉で説明させる問題の工夫はなかなかのものです。

ここで紹介した問題の場合, 実際に自分の言葉で説明させる問題は含まれていません（証明そのものをさせる問題は (1) にありますが）が, 次の点で我々教員（大人）に対して考えさせる問題となっています。

1 点目は, 1 つの証明問題に対して, その証明方法は 1 つには限らないのだということを理解させる問題になっていること。実際の教育現場でも, 例えば中学生の証明問題といえば図形の証明ばかりで辟易しますが（個人的にはこのせいで本来の「証明とは」の部分が中学生に理解されていないと思っています）, なおかつ「合同といえばわかることが 3 つ」「相似と言えば角が 2 つ」のようにいわゆる「パターン」で教えてしまっていることが多く聞かれます。実際には, 証明は「説明」であり, 例え数学の数式の証明であっても, 原稿用紙を使って日本語（数式を使わずに！）でわかりやすく説明したって良いわけです。また, 証明の際に使用する定理の類も自由であり, この問題はこの点に於

いて評価できると考えます。

2 点目は, (2) において「自分で証明する」のではなく, 「他人の考え」を評価する問題になっている点です。よく「自分ではわかるけど, 君が何を考えているのかはわからない」という生徒・学生を見かけます。実は「他人の考え」の上に立つと言うことはそれだけ多くの知識や技量が必要になるのだ, ということをこの問題は教えてくれているのではないでしょうか。すなわち, **証明の方針 2** を理解するためには, これを理解できるだけの知識が必要なのです。その知識こそが, この問題の答えとなっています。一見すると「考えさえる」問題のようで, 実はこの問題は「知識量」を問う問題である, ということです。

実を言うと, 私個人としては, 他人が書いた証明を示しておいて「どうしてその証明が正しいと言えるか」あるいは「間違えていると言えるか」ということを説明させる良問はないかな, とコッソリ期待しています。これこそが, 現代に生きる若者にほんのちょっと欠けている部分ではないのかな, と思っています。

なお, 中学 3 年生の問題では, $\boxed{2}$ で説明を数式で書かせたり, 説明文の形式を「〜〜〜は, ………になる」という形で書けという指定があったりという工夫がなされた問題が出題されています。問題そのものはお世辞にも良問とは言えない問題でしたのでここでは紹介しませんが, 出題方法の工夫という点ではなるほどと思わせるものでした。

ただ, $\boxed{6}$ の碁石を数える問題は, あまりにわざとらしいと言いますか, 最後の (3) に説明させる問題があるのですが, 問題そのものが「作られた問題」感が強く（何といいますか如何にも「数学！」という臭いが強すぎると言いますか……）, 個人的には良い問題とは感じませんでした。何でも感でも「説明させよう」ではダメなんですよね。

説明させる問題ではありませんが, $\boxed{5}$ の黄金比に関する問題も余りにもわざとらしく, 私はちょっと嫌悪感すら抱きました。いかにも結果が黄金比になるようデータが作られており, 問題そのものというよりはその背景に「黄金比が人間が最も美しいと感じる比なんだ！」という問題制作者のコダワリの部分が強く感じられまして……

他にも白銀比など, 人間が美しく感じる比が存在します。最初の段階で「えっ, 私が長方形作ったら, このヒストグラムに当てはまらないもの作っちゃったよ！」という生徒はどうするのでしょうか。個人の主張を問題を通じて押しつけるのは良くないな, と感じます……つまり, この問題を通して「自分はアブノーマルなのかな？」と感じる生徒もいるのではないかという心配をしてしまうワケです。

最後には, 黄金比になる実在のものまで選ばせています……もちろん問題文中には「黄金比」という言葉も何も出てはきませんし, あくまでも縦横の比を算出させる問題にはなっているのですが, ここに登場するものが「エトワール凱旋門」「『竹取物語』の本」「『見返り美人』の切手」「パルテノン神殿」ですからね……出来過ぎじゃぁありませんか？

というわけで, 問題文込みで紹介する中学 3 年生の問題も 1 問だけでしたが, 問題作りというのは難しいものですね。

例によって, 学力調査問題等については このサイト[注3] から見ることができますので, 是非ご覧ください。

今後, またどのような「面白い問題」で子供たちの頭を柔らかくしようとするのか, 楽しみです。

[注3] クリックすると, ブラウザを起動して該当のサイトを開きます。