2013 年

2013. 2.10
Written by ***ma–.*** (`caLabo.`)

1　2013 年

2013 年は, 1987 年以来何と 26 年ぶりにあることが起きた年だと言います。
さて何が起きた年か, わかりますか？
まぁまぁそう焦らずに, ちょっとは考えてからページをめくってください。

2　正解など

正解は,

西暦の「2013」がすべて違う数字であること

でした。つまり,「1987」以来,「1988」は 8 がダブっており,「1989」は 9 がダブっており……と 25 年間ダブりありの西暦が続いてきたわけです。そして今年 2013 年, 26 年ぶりにダブりなしの西暦となりました。

これで終わっては早すぎますから, 多少突っ込んでおきましょう。

実は今年 1 月 19 日〜20 日に行われたばかりのセンター試験, 数学 IA にて, これに多少関わる問題が出題されました。

数学 IA の第 4 問, (1)〜(2) をそのまま掲載してみます。

(1) 1 から 4 までの数字を, 重複を許して並べてできる 4 桁の自然数は, 全部で $\boxed{\textbf{アイウ}}$ 個ある。

(2) (1) の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数のうちで, 1 から 4 までの数字を重複なく使ってできるものは $\boxed{\textbf{エオ}}$ 個ある。

(1) は, いわゆる重複順列です。千の位も 1〜4 の 4 通り, 百の位も 1〜4 の 4 通り, 十の位も一の位も 1〜4 の 4 通り選ぶことができますから, 4 の 4 乗で 256 個あることがわかります。

(2) は通常の順列。4 人の人間を並べるに等しい場合の数ですから, 4!(4 の階乗)で 24 通りです。つまり大きな位から順に数を決めるとすると, 千の位は 1〜4 の 4 通りですが, 百の位を決めるときには千の位で決まった数を除く 3 つの数からしか選べません。このように桁が進むに連れ選ぶことができる数が減っていくのです。

(1) と (2) を合わせると, つまり 1 から 4 までの数字で重複を許して 4 桁の数をランダムに作るとき, 4 つとも異なる数である確率は $\dfrac{24}{256}$, つまり約 9.4% しかないことがわかるのです。逆に, 残りの 90% 以上はダブりがある 4 桁の数になっている, ということです。

では, 1 から 4 の数字ではなく, 0 から 9 まで自由に選べるとしたらどうでしょう。

千の位に 0 が来たらやりなおしというルールにしておきます。重複を許して作られる 4 桁の数は, 千の位の選び方は 1〜9 の 9 通り, 百の位と十の位と一の位は 0〜9 の 10 通り選べますから, その場合の数は 9000。

同じ数を使わずにできる 4 桁の数は, 千の位の選び方は 1〜9 の 9 通り, 百の位は 0〜9 の 10 個のうち千の位で選んだもの以外の 9 通り, 十の位は 10 個のうちこれまで選んだもの以外の 8 通り, 一の位は 10 個のうちこれまで選んだもの以外の 7 通りですから, $9 \times 9 \times 8 \times 7 = 4536$。

以上より, 0〜9 までの数字で重複を許して 4 桁の数をランダムに作るとき, 4 つとも異なる数である確率は $\dfrac{4536}{9000}$, つまり約 50% です。

かなり不思議なことがわかったような気がします。西暦 1000〜9999 年のうち, だいたい半分程度でダブりありとダブりなしに分かれているというのです。しかし, 今年までのように 25 年間も連続でダブりあり, ということもあり得ます。

通常の確率の世界では, 確率 50% の事柄が 25 回連続起きる確率は $\dfrac{1}{2^{25}}$ ですからほぼゼロに等しいはずです。

なぜ今回このようなことが起きたのか。それは「ランダムに」4 桁の数を作ったのではなく, 規則正しく続けているからに他なりません。確率で最も重要なことは, 同様に確からしいこと, いわば「作為性」がないことです。

今回 25 年間ダブりありの西暦が続いたわけですが, 次に同じ程度連続してダブりあり, 若しくはダブりなしの西暦が続くのは一体いつなのでしょうか。

それは, 西暦 2199 年から始まるダブりありの連続です。続く年数は, 西暦 2300 年までの何と 102 年間。

簡単にわかることですが, ダブりなしがこんなに続くことはあり得ません。だって, 11 年に 1 度は必ず下 2 桁がゾロ目になりますからね。

このようにダブりありが相当続くことがあるにも関わらず確率が 50% である背景は, このような「ラッキーイニング」以外では基本的には 11 年に 1 度しかダブりありにならないことが原因です。「ラッキーイニング」以外は意外とダブりなしの西暦が多いわけですね。

いかがでしたか。単純な数字の話かと思いきや, 意外や意外な事実もわかったような気がしませんか。